

खण्ड—इ

(Section—E)

23. स्टोक्स प्रमेय को लिखकर  $F = zi + xj + yk$  के लिये सत्यापित कीजिए, जहाँ  $C$ ,  $xy$ -समतल में इकाई वृत्त है जो अर्द्धगोले  $z = \sqrt{1 + x^2 - y^2}$  से आबद्ध है।

State Stokes' theorem and verify it for  $F = zi + xj + yk$ , where  $C$  is the unit circle in  $xy$ -plane and surrounded by half sphere  $z = \sqrt{1 + x^2 - y^2}$ .

24. शांकव  $36x^2 + 24xy + 29y^2 - 72x + 126y + 81 = 0$  का अनुरेखन कीजिए तथा उन बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जहाँ दीर्घ अक्ष शांकव को प्रतिच्छेद करती है।

Trace  $36x^2 + 24xy + 29y^2 - 72x + 126y + 81 = 0$  and find the co-ordinates where major axis intersects the conic.

H-2112

2,170

**H-2112**

**B. Sc. (First Year)**

**Term End Examination, June-July, 2017**

**MATHEMATICS**

**Paper Third**

**सदिश विश्लेषण एवं ज्यामिति**

**(Vector Analysis and Geometry)**

**Time : Three Hours ]**

**[ Maximum Marks : 70**

**[ Minimum Pass Marks : 24**

**परीक्षार्थी हेतु निर्देश :**

**खण्ड—अ :** प्रश्न क्रमांक 01 से 08 तक अति लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न के लिये 01 अंक निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 1 या 2 शब्दों/1 वाक्य में दीजिये।

**खण्ड—ब :** प्रश्न क्रमांक 09 से 14 तक अति लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न के लिए  $2\frac{1}{2}$  अंक निर्धारित हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 75 शब्दों में दीजिये।

**खण्ड—स :** प्रश्न क्रमांक 15 से 18 तक लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न के लिए 05 अंक निर्धारित हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 150 शब्दों में दीजिये।

[ 2 ]

H-2112

**खण्ड—द** : प्रश्न क्रमांक 19 से 22 तक अर्द्ध दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न के लिए 10 अंक निर्धारित हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 300 शब्दों में दीजिये।

**खण्ड—इ** : प्रश्न क्रमांक 23 एवं 24 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। किसी एक प्रश्न का उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न के लिए 17 अंक निर्धारित हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 700 शब्दों में दीजिये।

#### Instructions for Candidate :

**Section-A** : Question Nos. 01 to 08 are very short answer type questions. Attempt all questions. Each question carries 01 mark. Answer each of these questions in 1 or 2 words/1 sentence.

**Section-B** : Question Nos. 09 to 14 are very short answer type questions. Attempt any *four* questions. Each question carries  $2\frac{1}{2}$  marks. Answer each of these questions in about 75 words.

**Section-C** : Question Nos. 15 to 18 are short answer type questions. Attempt any *three* questions. Each question carries 05 marks. Answer each of these questions in about 150 words.

**Section-D** : Question Nos. 19 to 22 are half long answer type questions. Attempt any *two* questions. Each question carries 10 marks. Answer each of these questions in about 300 words.

**Section-E** : Question Nos. 23 and 24 are long answer type questions. Attempt any *one* question. Each question carries 17 marks. Answer each of these questions in about 700 words.

[ 7 ]

H-2112

**खण्ड—द**

(Section—D)

19. परिभाषित कीजिए परिनालिकीय सदिश, अघूर्णनीय सदिश एवं, किसी सदिश का दिशीय अवकलज तथा  $u = xyz^2$  के बिन्दु  $(1, 0, 3)$  पर महत्म वृद्धि दर ज्ञात कीजिए।

Define solenoidal, irrotational vectors and directional derivatives of any vector and find the maximum growth rate of  $u = xyz^2$  at point  $(1, 0, 3)$ .

20. शाकव  $3x^2 - 2xy - 5y^2 + 7x - 9y = 0$  की प्रकृति, केन्द्र और अनंतस्पर्शी ज्ञात कीजिए।

Find the nature, centre and asymptote of conic  $3x^2 - 2xy - 5y^2 + 7x - 9y = 0$ .

21. गोले  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 1 = 0$  के अन्वालोपी बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके जनक  $x = y = z$  के समानांतर हैं।

Find the equation of enveloping cylinder of sphere  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ , whose generators are parallel to  $x = y = z$ .

22. वह प्रतिबंध ज्ञात कीजिए जबकि सरल रेखा  $\frac{l}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$  शाकव  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  को स्पर्श करती है।

Find the condition when line  $\frac{l}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$  touches conic  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ .

[4]

H-2112

7. जनक रेखा को परिभाषित कीजिए।

Define generating line.

8. शांकव  $\frac{16}{r} = 4 + 2 \cos \theta$  की उत्केन्द्रता बताइये।

Find the eccentricity of the conic  $\frac{16}{r} = 4 + 2 \cos \theta$ .

खण्ड—ब

(Section—B)

9.  $(\bar{a} \times \bar{b}) \times (\bar{c} \times \bar{d})$  का मान ज्ञात कीजिए।

Find  $(\bar{a} \times \bar{b}) \times (\bar{c} \times \bar{d})$ .

10.  $\int_1^2 \left( \vec{r} \times \frac{d\vec{r}}{dt} \right) dt$  का मान ज्ञात कीजिए, जबकि

$$\vec{r} = 5t^2\mathbf{i} + t\mathbf{j} - t^3\mathbf{k}$$

Evaluate :

$$\int_1^2 \left( \vec{r} \times \frac{d\vec{r}}{dt} \right) dt$$

$$\text{where } \vec{r} = 5t^2\mathbf{i} + t\mathbf{j} - t^3\mathbf{k}$$

[5]

H-2112

11. शीर्ष मूलबिन्दु वाले लम्बवृत्तीय शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जो  $(1, 1, 2)$  से जाता है तथा जिसका अक्ष  $\frac{x}{2} = \frac{y}{-4} = \frac{z}{3}$  है।

Find the equation of right circular cone with vertex origin, passing through  $(1, 1, 2)$  and axis  $\frac{x}{2} = \frac{y}{-4} = \frac{z}{3}$ .

12. दर्शाइये कि संकेन्द्रीय शांकवज के दी हुई सरल रेखा से जाने वाले परिच्छेदों के केन्द्र शांकव पर होते हैं।

Show that the centres of intersections of central conicoids and a given straight line lie on a conic.

13.  $\iiint (2x + y) dV$  का मान ज्ञात कीजिए, जहाँ  $V$  बेलन  $z = 4 - x^2$  और समतलों  $x = 0, y = 0$  से  $2, z = 0$  से आबद्ध क्षेत्र है।

Evaluate  $\iiint (2x + y) dV$ , where  $V$  is the region surrounded by cylinder  $z = 4 - x^2$  and planes  $x = 0, y = 0$  to  $2, z = 0$ .

14.  $(a \cos \alpha, b \sin \alpha, 0)$  से होकर जाने वाले,  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$  के जनकों का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of generators of  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$  which pass through  $(a \cos \alpha, b \sin \alpha, 0)$ .

[ 6 ]

H-2112

खण्ड—स

(Section—C)

15. दिखाइये कि :

$$\operatorname{curl}(\vec{r} \times \vec{a}) \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{a}$$

Show that :

$$\operatorname{curl}(\vec{r} \times \vec{a}) \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{a}$$

16. शंकव  $3x^2 - 2xy - 5y^2 + 7x - 9y = 0$  की अनंतस्पर्शी ज्ञात कीजिए।

Find the asymptote of the conic :

$$3x^2 - 2xy - 5y^2 + 7x - 9y = 0$$

17. सिद्ध कीजिए कि :

$$r^2 \cos \theta - ar \cos 2\theta - 2a^2 \cos \theta = 0$$

एक सरल रेखा और एक वृत्त को दर्शाते हैं।

Show that :

$$r^2 \cos \theta - ar \cos 2\theta - 2a^2 \cos \theta = 0$$

represents a straight line and a circle.

18. शून्यवृत्तक को परिभाषित कीजिए तथा  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  के शून्यवृत्तक ज्ञात कीजिए।Define umblices and find umblices of  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ .

[ 3 ]

H-2112

खण्ड—अ

(Section—A)

1.  $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$  का मान बताइये।Find  $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$ .

2. गाउस के डायवर्जेंस प्रमेय का कथन लिखिए।

State Gauss's divergence theorem.

3. किसी शंकव का व्यापक समीकरण लिखिए।

Write down the general equation of a conic.

4. द्विघातीय व्यापक समघात समीकरण के लम्बवृत्तीय शंकु होने का प्रतीबन्ध लिखिए।

Write the condition that a general homogeneous equation of second degree represents a right circular cone.

5. शंकव  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  के बिन्दु 'a' पर अभिलम्ब का समीकरण दीजिए।

Write down the equation of normal of a conic

$$\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta \text{ at point 'a'}$$

6.  $\int \left( \vec{r} \times \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} \right) dt$  का मान लिखिए।Find  $\int \left( \vec{r} \times \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} \right) dt$ .