

[8]

H-2132

If in a S. H. M. U, V, W be the velocities at distances a, b, c from a fixed point on the straight line which is not the centre of force, show that the period is given by the equation :

$$\frac{4\pi^2}{T^2}(b-c)(c-a)(a-b) = \begin{vmatrix} U^2 & V^2 & W^2 \\ a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

21. यदि समतल वक्र बनाने वाले पिण्ड के स्पर्शी एवं अभिलम्बीय त्वरण पूरी गति में अचर हों, तो सिद्ध कीजिए कि t समय में गति की दिशा का घुमाव ψ समीकरण $\psi = A \log(1 + Bt)$ द्वारा दिया जाता है।

A body is describing a plane curve. If the tangential and normal accelerations are each constant throughout the motion, prove that the angle ψ , through which the direction of motion turns in time t is given by $\psi = A \log(1 + Bt)$.

22. एक चक्रज जिसका शीर्ष निम्नतम बिन्दु है, के कस्प से दो कणों को छोड़ा जाता है। समय t में वक्र बनाते हैं। सिद्ध कीजिए कि ये $2\pi\left(\sqrt{\frac{a}{g}} + \frac{t}{2}\right)$ समय में मिलेंगे।

Two particle are let drop from the cusp of a cycloid fixed in a vertical plane with the vertex as the lowest point down the curve at an interval of time t . Prove that

they will meet after a time $2\pi\left(\sqrt{\frac{a}{g}} + \frac{t}{2}\right)$.

A-25

H-2132

B. Sc. (Second Year)

Term End Examination, June-July, 2017

MATHEMATICS

Paper Third

(यांत्रिकी)

(Mechanics)

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 70

[Minimum Pass Marks : 24

परीक्षार्थी हेतु निर्देश :

खण्ड—अ : प्रश्न क्रमांक 01 से 08 तक अति लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न के लिये 01 अंक निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 1 या 2 शब्दों/1 वाक्य में दीजिये।

खण्ड—ब : प्रश्न क्रमांक 09 से 14 तक अति लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न के लिए $2\frac{1}{2}$ अंक निर्धारित हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 75 शब्दों में दीजिये।

खण्ड—स : प्रश्न क्रमांक 15 से 18 तक लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न के लिए 05 अंक निर्धारित हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 150 शब्दों में दीजिये।

A-25

P. T. O.

[2]

H-2132

खण्ड—द : प्रश्न क्रमांक 19 से 22 तक अर्द्ध दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न के लिए 10 अंक निर्धारित हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 300 शब्दों में दीजिये।

खण्ड—इ : प्रश्न क्रमांक 23 एवं 24 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। किसी एक प्रश्न का उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न के लिए 17 अंक निर्धारित हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 700 शब्दों में दीजिये।

Instructions for Candidate :

Section-A : Question Nos. 01 to 08 are very short answer type questions. Attempt all questions. Each question carries 01 mark. Answer each of these questions in 1 or 2 words/1 sentence.

Section-B : Question Nos. 09 to 14 are very short answer type questions. Attempt any *four* questions. Each question carries $2\frac{1}{2}$ marks. Answer each of these questions in about 75 words.

Section-C : Question Nos. 15 to 18 are short answer type questions. Attempt any *three* questions. Each question carries 05 marks. Answer each of these questions in about 150 words.

Section-D : Question Nos. 19 to 22 are half long answer type questions. Attempt any *two* questions. Each question carries 10 marks. Answer each of these questions in about 300 words.

Section-E : Question Nos. 23 and 24 are long answer type questions. Attempt any *one* question. Each question carries 17 marks. Answer each of these questions in about 700 words.

A-25

[7]

H-2132

A particle of mass m is attached to a light string which is stretched tightly between two fixed points with a tension T . If a, b are distances of the particle from the two ends, prove that the period of small transverse

oscillation of mass m is $2\pi\sqrt{\frac{mab}{(a+b)T}}$.

खण्ड—द

(Section—D)

19. एक बिना सिरि वाली चेन को त्रिज्या a वाली घिरनी के सहारे लटकाया गया है। चेन घिरनी की परिधि के $\frac{2}{3}$ भाग को स्पर्श करती है। सिद्ध कीजिए कि चेन की लम्बाई

$$a \left[\frac{3}{\log(2+\sqrt{3})} + \frac{4\pi}{3} \right] \text{ होगी।}$$

Show that the length of an endless chain which will hang over a circular pulley of radius a so as to be in contact with two thirds of the circumference of the

$$\text{pulley is } a \left[\frac{3}{\log(2+\sqrt{3})} + \frac{4\pi}{3} \right].$$

20. सरल आवर्त गति में स्थिर बिन्दु से किन्हीं दूरियों a, b, c जो एक सरल रेखा में है तथा यह बिन्दु बल का केन्द्र नहीं है, पर गतियाँ क्रमशः U, V, W हैं। दर्शाइये कि आवर्तकाल T समीकरण :

$$\frac{4\pi^2}{T^2}(b-c)(c-a)(a-b) = \begin{vmatrix} U^2 & V^2 & W^2 \\ a & b & c \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

द्वारा प्राप्त होगा।

A-25

P. T. O.

Equal weights P and P are attached to two strings AC and BC passing over a smooth peg C. AB is a heavy beam of weight W, whose centre of gravity is a cm from A and b cm from B. Show that AB is inclined to the horizon at an angle :

$$\theta = \tan^{-1} \left[\frac{a-b}{a+b} \tan \left(\sin^{-1} \frac{W}{2P} \right) \right]$$

16. एक पिण्ड एक शंकु और अर्द्धगोला से बना है। इनके आधार एक ही हैं तथा रूख क्षैतिज मेज पर रखा हुआ है। अर्द्धगोला मेज के सम्पर्क में है। सिद्ध कीजिए कि स्थायी साम्यावस्था सम्भव होने के लिये शंकु की महत्तम ऊँचाई गोले की त्रिज्या से $\sqrt{3}$ गुना होगी।

A body consisting of a cone and a hemisphere on the same base, rests on a rough horizontal table, the hemisphere being in contact with the table. Show that the greatest height of the cone, so that the equilibrium may be stable is $\sqrt{3}$ times the radius of the hemisphere.

17. स्पर्श रेखीय वेग व अभिलम्बीय वेग के लिये सूत्र स्थापित कीजिए।

Establish formula for tangential velocity and normal velocity.

18. m भार एक हल्की डोरी से बँधा है। यह डोरी दो बिन्दुओं के बीच बँधी हुई है। डोरी में तनाव T है। यदि पिण्ड दोनों सिरों से a व b दूरियों पर हो, तो सिद्ध कीजिए कि इनके अनुप्रस्थ

दोलन का आवर्तकाल $2\pi \sqrt{\frac{mab}{(a+b)T}}$ होगा।

खण्ड—अ

(Section—A)

- लॉमी प्रमेय का कथन लिखिए।
Write statement of Lami's theorem.
- कल्पित कार्य का सिद्धान्त लिखिए।
Write principle of virtual work.
- कैटिनरी को परिभाषित कीजिए एवं इसका नैज समीकरण लिखिए।
Define catenary and write its intrinsic equation.
- शून्य रेखाएँ एवं शून्य समतल को परिभाषित कीजिए।
Define null lines and null planes.
- एक स्थिर पिण्ड पर एक अन्य पिण्ड साम्यावस्था में रखा है। यदि पहले पिण्ड को थोड़ा सा विस्थापित किया जाता है, तो स्थायी साम्यावस्था के लिये शर्त लिखिए।
A body rests in equilibrium upon another fixed body. If the first body be slightly displaced then write the condition of stable equilibrium.
- प्रत्यास्थ डोरी के लिये हुक का नियम लिखिए।
Write Hooke's law for elastic string.
- केन्द्रीय कक्षा और केन्द्रीय बल को परिभाषित कीजिए।
Define central orbits and central forces.
- सीमांत वेग को परिभाषित कीजिए।
Define terminal velocity.

[4]

H-2132

खण्ड—ब

(Section—B)

9. कैटनरी में सिद्ध कीजिए :

$$x = c \log (\sec \psi + \tan \psi)$$

In catenary show that :

$$x = c \log (\sec \psi + \tan \psi)$$

10. समतल
- $x + y + z = 0$
- का शून्य बिन्दु ज्ञात कीजिए।

Find the null point of the plane $x + y + z = 0$.

11. एक अर्द्धगोला बराबर त्रिज्या वाले गोले पर रखा है। सिद्ध कीजिए कि साम्यावस्था अस्थायी होगी यदि अर्द्धगोले की वक्र सतह तथा साम्यावस्था स्थायी होगी जब अर्द्धगोले की समतल सतह, गोले पर रखी हो।

A hemisphere sets in equilibrium on a sphere of equal radius. Show that the equilibrium unstable when the curved surface of hemisphere rests on sphere and stable when the flat surface of hemisphere rests on the sphere.

12. यदि स्थिर मूल बिन्दु के सापेक्ष किसी पिण्ड की कोणीय गति अचर हो, तो सिद्ध कीजिए कि इसका अनुप्रस्थ त्वरण त्रिज्य त्वरण के अनुसार विचरित करता है।

If the angular velocity of a moving point about a fixed origin be constant, show that its transverse acceleration varies as its radial velocity.

A-25

[5]

H-2132

13. केन्द्र से
- x_1
- और
- x_2
- दूरी पर किसी पिण्ड की गतियाँ क्रमशः
- V_1
- या
- V_2
- हो जब वह पिण्ड सरल आवर्त गति कर रहा हो, तो सिद्ध कीजिए कि एक दोलन के पूर्ण होने का समय

$$2\pi \sqrt{\frac{x_1^2 - x_2^2}{V_2^2 - V_1^2}} \text{ होगा।}$$

A body in a straight line with S. H. M. has velocities V_1 and V_2 when its distances from the centre are x_1 and x_2 . Show that the period of motion is

$$2\pi \sqrt{\frac{x_1^2 - x_2^2}{V_2^2 - V_1^2}}.$$

14. वह बल ज्ञात कीजिए जिसके अधीन वक्र
- $r = a \sin n\theta$
- बनता है।

Find the law of force under which curve $r = a \sin n\theta$ is described.

खण्ड—स

(Section—C)

15. दो समान भारों P और P की दो डोरियों AC और BC के सिरों पर बांधकर एक चिकनी खूँटी C पर लटका दिया जाता है। एक भारी छड़ AB है जिसका गुरुत्व केन्द्र से सिरा A से
- a
- सेमी. तथा B से
- b
- सेमी. है। यदि छड़ क्षैतिजक से
- θ
- कोण बनाये, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\theta = \tan^{-1} \left[\frac{a-b}{a+b} \tan \left(\sin^{-1} \frac{W}{2P} \right) \right] \text{ होगा।}$$

A-25

P. T. O.

[9]

H-2132

खण्ड—इ

(Section—E)

23. कण का त्रिविमीय गति में त्वरण ध्रुवीय निर्देशांकों में ज्ञात कीजिए।

Find the acceleration of a particle in three-dimensional motion, in polar co-ordinates.

24. किसी दिये गये बलों के निकाय के केन्द्रीय अक्ष का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the central axis of any given system of forces.

H-2132

2000

A-25