

**H-2110**

**B. Sc. (First Year)**  
**Term End Examination, June-July, 2017**  
**MATHEMATICS**  
**Paper First**  
**(कलन)**

*Time : Three Hours ]*

*[ Maximum Marks : 70*

*[ Minimum Pass Marks : 24*

**परीक्षार्थी हेतु निर्देश :**

- खण्ड—अ :** प्रश्न क्रमांक 01 से 08 तक अति लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न के लिये 01 अंक निर्धारित है। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 1 या 2 शब्दों/1 वाक्य में दीजिये।
- खण्ड—ब :** प्रश्न क्रमांक 09 से 14 तक अति लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न के लिए  $2\frac{1}{2}$  अंक निर्धारित हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 75 शब्दों में दीजिये।
- खण्ड—स :** प्रश्न क्रमांक 15 से 18 तक लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न के लिए 05 अंक निर्धारित हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 150 शब्दों में दीजिये।

[ 2 ]

H-2110

खण्ड—द : प्रश्न क्रमांक 19 से 22 तक अर्द्ध दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न के लिए 10 अंक निर्धारित हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 300 शब्दों में दीजिये।

खण्ड—इ : प्रश्न क्रमांक 23 एवं 24 दीर्घ उत्तरीय प्रश्न हैं। किसी एक प्रश्न का उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न के लिए 17 अंक निर्धारित हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर लगभग 700 शब्दों में दीजिये।

**Instructions for Candidate :**

**Section—A :** Question Nos. 01 to 08 are very short answer type questions. Attempt all questions. Each question carries 01 mark. Answer each of these questions in 1 or 2 words/1 sentence.

**Section—B :** Question Nos. 09 to 14 are very short answer type questions. Attempt any *four* questions. Each question carries  $2\frac{1}{2}$  marks. Answer each of these questions in about 75 words.

**Section—C :** Question Nos. 15 to 18 are short answer type questions. Attempt any *three* questions. Each question carries 05 marks. Answer each of these questions in about 150 words.

**Section—D :** Question Nos. 19 to 22 are half long answer type questions. Attempt any *two* questions. Each question carries 10 marks. Answer each of these questions in about 300 words.

**Section—E :** Question Nos. 23 and 24 are long answer type questions. Attempt any *one* question. Each question carries 17 marks. Answer each of these questions in about 700 words.

[ 7 ]

H-2110

खण्ड—इ

(Section—E)

23. (अ)  $y = \tan^{-1} x$  का  $n$  वाँ अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए।

Find the  $n$  th derivative of  $y = \tan^{-1} x$ .

(ब) समीकरणों :

$$\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} - 2y = 2 \cos t - 7 \sin t$$

$$\frac{dx}{dt} - \frac{dy}{dt} + 2x = 4 \cos t - 3 \sin t$$

को हल कीजिए।

Solve the equations :

$$\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} - 2y = 2 \cos t - 7 \sin t$$

$$\frac{dx}{dt} - \frac{dy}{dt} + 2x = 4 \cos t - 3 \sin t$$

24. (अ) चक्रज  $x = a(\theta + \sin \theta)$ ,  $y = a(1 - \cos \theta)$  के लिए मेहराब की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

Find the length of one arch of the cycloid  $x = a(\theta + \sin \theta)$ ,  $y = a(1 - \cos \theta)$ .

(ब) संचेदी और लम्बकोणीय संचेदी को परिभाषित कीजिए। वक्र कुल  $r^n = a \sin n\theta$  की लम्बकोणीय संचेदी ज्ञात कीजिए।

Define trajectories and orthogonal trajectories. Find the orthogonal trajectory of the family of curves  $r^n = a \sin n\theta$ .

17. वक्र  $y^2(a-x) = x^2(a+x)$  का अनुरेखण कीजिए।

Trace the curve  $y^2(a-x) = x^2(a+x)$ .

18. वक्र  $r = a(1 - \cos \theta)$  क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area of the curve  $r = a(1 - \cos \theta)$ .

खण्ड—द

(Section—D)

19. गोले  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  के उस भाग का आयतन ज्ञात कीजिए जो बेलन  $x^2 + y^2 = ay$  के अन्दर है।

Find the volume of the portion of the sphere  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  lying inside the cylinder  $x^2 + y^2 = ay$ .

20.  $\int \sin^m \theta \cos^n \theta$  के लिए समानयन सूत्र ज्ञात कीजिए। अतः

$\int_0^{\pi/2} \sin^3 \theta \cos^2 \theta d\theta$  का मान निकालिए।

Find the reduction formula for  $\int \sin^m \theta \cos^n \theta$  and

hence find the value of  $\int_0^{\pi/2} \sin^3 \theta \cos^2 \theta d\theta$ .

21. वक्र  $x^3 + 3x^2y - 4y^3 - x + y + 3 = 0$  की अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए।

Find the asymptotes of the curve  $x^3 + 3x^2y - 4y^3 - x + y + 3 = 0$ .

22.  $(3x-2)\sqrt{x^2+x+1}$  का समाकलन कीजिए।

Integrate the function  $(3x-2)\sqrt{x^2+x+1}$ .

खण्ड—अ

(Section—A)

1. अनन्तस्पर्शी की परिभाषा दीजिए।

Define the Asymptotes.

2. वक्रता त्रिज्या के लिए कार्तीय सूत्र लिखिए।

Write the Cartesian formula for radius of curvature.

3. वक्र  $y = x^3$  का नति परिवर्तन बिन्दु क्या है ?

What is the point of inflexion of the curve  $y = x^3$  ?

4. किसी वक्र के लिए नोड को परिभाषित कीजिए।

Define a node for a curve.

5. प्रथम कोटि और प्रथम घात के अवकल समीकरण  $Mdx + Ndy = 0$  के यथातथ होने का आवश्यक एवं पर्याप्त प्रतिबन्ध लिखिए।

Write the necessary and sufficient condition for the differential equation  $Mdx + Ndy = 0$  of first order and first degree to be an exact differential equation.

6. प्रथम कोटि एवं उच्च घात के अवकल समीकरण का एक उदाहरण लिखिए।

Write an example of the differential equation of first order and higher degree.

7. लाइबनिट्ज साध्य का कथन लिखिए।

Write the statement of Leibnitz theorem.

8. अवकल समीकरण  $(D^2 - 1)y = \cos x$  का पूरक फलन लिखिए।

Write the complementary function of the differential equation  $(D^2 - 1)y = \cos x$ .

खण्ड—ब

(Section—B)

9. यदि  $y = (2x - 5)^{-1}$  हो, तो  $y_n$  ज्ञात कीजिए।

If  $y = (2x - 5)^{-1}$ , then find  $y_n$ .

10. वक्र  $x^2y^2 - x^2y - xy^2 + x + y + 1 = 0$  की  $y$ -अक्ष के समान्तर अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए।

Find the asymptotes parallel to the  $y$ -axis of the curve

$$x^2y^2 - x^2y - xy^2 + x + y + 1 = 0.$$

11. वक्र  $S = 8a \sin^2 \frac{\Psi}{6}$  के बिन्दु  $(S, \Psi)$  पर वक्रता त्रिज्या निकालिए।

Find the radius of curvature at the point  $(S, \Psi)$  of the

$$\text{curve } S = 8a \sin^2 \frac{\Psi}{6}.$$

12. अवकल समीकरण  $\left(xy^2 - e^{\frac{1}{x^3}}\right) dx - x^2y dy = 0$  का एक समाकलन गुणक ज्ञात कीजिए।

Find the integrating factor of the differential equation

$$\left(xy^2 - e^{\frac{1}{x^3}}\right) dx - x^2y dy = 0.$$

13. अवकल समीकरण  $(x+1)\frac{dy}{dx} - y = e^{3x}(x+1)^2$  को हल कीजिए।

Solve the differential equation

$$(x+1)\frac{dy}{dx} - y = e^{3x}(x+1)^2.$$

14.  $(D^3 + 1)y = \cos(2x - 1)$  का विशेष समाकल ज्ञात कीजिए।

Find the Particular Integral of  $(D^3 + 1)y = \cos(2x - 1)$ .

खण्ड—स

(Section—C)

15. यदि  $y = (\sinh^{-1} x)^2$  हो, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$(1 + x^2)y_{n+2} + (2x + 1)xy_{n+1} + n^2y_n = 0$$

If  $y = (\sinh^{-1} x)^2$ , then prove that :

$$(1 + x^2)y_{n+2} + (2x + 1)xy_{n+1} + n^2y_n = 0$$

16. टेलर प्रमेय से  $2x^3 + 7x^2 + x - 6$  का प्रसार  $x - 1$  की घातों में कीजिए।

Using Taylor's theorem expand the polynomial  $2x^3 + 7x^2 + x - 6$  in powers of  $x - 1$ .